Задачи к лекции 1

Задача 1

Гребни волн проходят мимо наблюдателя через каждые 5 с. Расстояние между гребнями 20 м. Какова скорость распространения волн с?

Решение

$$\lambda = \text{c} \cdot T$$

Отсюда $c = \lambda/T$ = 20 м /5 с = 4 м/с

Задача 2

Частота звуковых колебаний ν = 170 Гц. Скорость распространения звуковой волны c = 340 м/с. Какова длина звуковой волны λ?

Решение

$$\lambda = \text{c} \cdot T = \frac{\text{c}}{\nu} = \frac{340\ \text{м} \cdot \text{с}}{170\ \text{с}} = 2\ \text{м}$$

Задача 3

Можно ли услышать колебания с длиной волны 100 м?...10 см?...1 см?

Задача 4

Скорость распространения электромагнитных волн 300000 км/с. Частота колебаний ν = 500 ТГц. Какова длина волны этого колебания λ? Какой это диапазон?

Решение

$$\lambda = \text{c} \cdot T = \frac{\text{c}}{\nu} = \frac{300000000\ \text{м} \cdot \text{с}}{500000000000000\ \text{с}} = 600\ \text{нм}$$

Задача 5

Волновое число k = 0,0157 с^{-1}. Какова длина волны λ этого колебания?

Решение

Задача 6

Звуковые колебания с частотой ν = 450 Гц и амплитудой A = 0,3 мм распространяются в упругой среде. Длина волны λ = 80 см. Определить:

1) скорость распространения волны *c*;

2) максимальную скорость частиц $v_{\max}$.

Решение

Запишем уравнение плоской волны

Скорость распространения волны *c* определяется из формулы

В формуле *u* есть смещение частиц среды из положения равновесия. Поэтому по общему определению их скорость равна первой производной от смещения по времени:

Здесь $u(x,t)$ – функция положения колеблющейся точки на оси *x* и времени *t*. Нас интересует скорость колебаний частиц среды в определенной точке на оси *x*, т.е. $x = const$.

Скорость *v* принимает максимальное значение, когда синус равен единице:

В (2) v_{max} есть амплитуда колебаний скорости.

Круговая частота ω и циклическая ν связаны формулой

Отсюда

Задача 7

Звуковые колебания с частотой ν = 500 Гц и амплитудой A = 0,25 мм распространяются в воздухе. Длина волны λ = 70 см. Определить:

1) скорость распространения волны *c*;

2) максимальную скорость частиц $v_{\max}$.

Решение (см.выше)

Ответ: с = 350 м/с, $v_{\max}$= 0,785 м/с.

Задача 8

Уравнение незатухающих колебаний имеет вид:

Найти:

- уравнение волны, если скорость распространения колебаний c = 300 м/с;
- написать уравнение колебаний для точки, отстоящей на l = 600 м от источника колебаний, а также
- уравнение колебаний для точек волны в момент времени t = 4 с после начала колебаний.

Решение

Общее уравнение для плоской волны

Оно описывает колебательное движение любой точки среды, отстоящей от начала координат на расстоянии x. В частности, для частицы в начале координат x = 0 оно примет вид:

Поставим во взаимно однозначное соответствие формулу (1) в условии задачи, где полагается, что источник колебаний помещен в начало координат и получим конкретные значения для:

- начальной фазы $\alpha = 0$;
- амплитуды колебаний A = 10 см;
- круговой частоты $\omega = \pi/2$.

Тогда уравнение (2) примет вид:

Для точки $x = l$ = 600 м получим следующее уравнение колебаний:

Таким образом, точки x = 0 и $x = l$ совершают одинаковые колебания, но в противофазе (сдвиг фазы $\Delta\alpha = -\pi$).

Для t = 4 уравнение (3) описывает зависимость смещений частиц среды от их положений на оси $0x$ («мгновенная фотография»):

Задача 9

Уравнение незатухающих колебаний имеет вид:

Найти смещение от положения равновесия точки, отстоящей на расстоянии l = 75 см от источника колебаний, для момента времени t = 0,01 с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний с = 300 м/с

Решение

В начале координат x = 0, поэтому

Сопоставив (1) и (2) получим $\alpha = 0$, A = 4 см, ω = 600π.

Тогда

Задача 10

Уравнение незатухающих колебаний имеет вид

$$u_0 = \cos 2{,}5\pi t \text{ см.}$$

Найти смещение u от положения равновесия, скорость v и ускорение точки w, находящейся на расстоянии l = 20 м от источника колебаний, для момента времени t = 1 с после начала. Скорость распространения колебаний c = 100 м/с.

Решение:

Запишем уравнение волны для этого случая (см. задачу 6)

Продифференцировав смещение u по времени, получаем формулу для скорости колеблющейся частицы (см. задачу 4)

Тогда для ускорения частицы в колебательном движении в точке x имеем

Подстановка в формулы (1-3) значений t = 1с и x = 20 м дает:

Задача 11

Найти разность фаз колебаний двух точек, отстоящих от источника колебаний на расстояниях l_1 = 10 м и l_2 = 16 м. Период колебаний t = 0,04 с, скорость распространения с = 300 м/с.

Решение

Запишем уравнение плоской волны

Чтобы выяснить, насколько отличаются колебания двух точек среды, описываемых этой формулой, необходимо сделать мгновенную фотографию этой волны, т.е. зафиксировать положение этих точек в один и тот же момент времени. Тогда смещения двух точек от положения равновесия в этот момент будут:

Поскольку это одна и та же волна, то амплитуда А, частота ω и начальная фаза одни и те же в обоих смещениях. Как известно, фазой колебания называется выражение в квадратных скобках. Тогда разность фаз колебаний в двух точках равна:

Эту формулу можно записать в следующих эквивалентных формах, приняв во внимание, что

Формулу (1) можно было получить несколько иным путем. При выводе формулы (2.2.3) слагаемое в квадратных скобках описывало отставание по фазе колебаний в точке x от колебаний в начале координат $x = 0$. Для первой точки это будет , а для второй - . Тогда легко вычислить разность фаз колебаний в этих точках:

Вычисления с помощью третьей формулы (2) дают

Точки колеблются в противоположных фазах.

Задача 12

Найти разность фаз колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих на расстоянии $l = 2$ м друг от друга, если длина волны $\lambda = 1$ м.

Решение

Воспользуемся второй формулой (2) задачи 9:

Задача 13

Найти смещение u от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l = \lambda/12$ см в момент времени $t = T/6$. Амплитуда колебаний $A = 0{,}05$ м.

Решение

В уравнении плоской волны

полагаем начальную фазу равной = 0 и учитываем, что и c =

Тогда

Подставляем данные задачи:

Задача 14

Смещение u от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии *l* = 4 см в момент времени t = *T*/3 равно половине амплитуды А. Найти длину λ бегущей волны.

Решение

Обратимся к формуле (1) задачи 11:

и положим Получим:

или